

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳	رشته : ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی :	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۳/۴	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
	نمره		

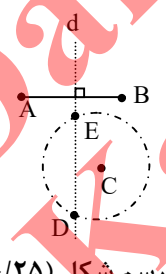
استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

۱	عبارت های زیر را کامل کنید . الف) اگر ماتریس $\begin{bmatrix} r & m-1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ یک ماتریس همانی باشد حاصل $m+r$ برابر با ..... است . ب) اگر در بیضی خروج از مرکز به عدد صفر نزدیک شود کشیدگی بیضی کمتر شده و بیضی به ..... نزدیکتر می شود. پ) نقطه $A(1, -2)$ در ..... دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ قرار دارد. ت) اگر سه بردار $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ در یک صفحه باشند آنگاه حجم متوازی السطوح بنا شده توسط سه بردار برابر ..... است.	۱
۱/۵	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. سپس شکل صحیح عبارت نادرست را بنویسید. الف) اگر $A$ یک ماتریس $3 \times 3$ و $ A  = 5$ باشد آنگاه $ 2A  = 40$ است. ب) اگر صفحه $P$ به گونه ای باشد که هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور نباشد، در این صورت فصل مشترک صفحه $P$ و سطح مخروطی یک هذلولی است. پ) در شکل روبرو اگر خط $d$ در نقطه $M$ بر بیضی مماس باشد، زاویه $\hat{F}MF' = 50^\circ$ باشد آنگاه اندازه زاویه $\alpha = \beta = 60^\circ$ است. ت) برای دو بردار واحد $\vec{i}$ و $\vec{j}$ حاصل ضرب خارجی $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{0}$ است..	۲
۱	اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ مقادیر $a$ و $b$ را طوری به دست آورید که $A \times B$ ماتریس قطری باشد.	۳
۱/۲۵	ماتریس $A$ مربعی مرتبه سه به صورت $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ که $i = j$ $a_{ij} = i + j$ ، $i > j$ $a_{ij} = j$ و $i < j$ $a_{ij} = 0$ باشد، الف) ماتریس $A$ را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید . ب) دترمینان ماتریس $B$ را محاسبه کنید.	۴
۱/۲۵	دستگاه $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 7x + 4y = 15 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.	۵
۱/۵	نقاط $A$ ، $B$ و $C$ در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از $A$ و $B$ به یک فاصله و از $C$ به فاصله ۳ سانتی متر باشد (بحث کنید).	۶
۱	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن نقطه $O(1, -1)$ و بر خط $3x - 4y + 3 = 0$ مماس باشد.	۷
	ادامه سؤالات در صفحه دوم	

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳	رشته : ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی :	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۳/۴	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۸	در یک بیضی افقی به مرکز مبدا مختصات طول قطرهای برابر ۱۰ و ۶ است، (الف) خروج از مرکز بیضی را بیابید (ب) مختصات کانون ها $(F', F)$ ، مختصات دوسر قطر بزرگ $(A', A)$ و دوسر قطر کوچک $(B', B)$ را به دست آورید (پ) بیضی را روی محور مختصات رسم کنید.	۱/۵
۹	(الف) معادله متعارف و فاصله کانونی سهمی به معادله $y^2 - 2y - 8x + 9 = 0$ را بیابید. (ب) مختصات راس، کانون و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.	۱/۵
۱۰	در شکل روبرو سهمی با رأس $A$ و کانون $F$ و خط هادی $d$ رسم شده است، از کانون $F$ به نقطه دلخواه $M$ روی سهمی وصل کرده و امتداد داده ایم تا خط $d$ را در $N$ قطع کند و از نقطه $M$ ، $MT$ را بر $d$ عمود کرده ایم. ثابت کنید: $\frac{FN}{FA} = \frac{NT}{TH}$	۱/۲۵
۱۱	شکل کلی (نمودار) مربوط به رابطه $x^2 \leq y \leq 2$ را رسم کنید.	۰/۵
۱۲	با توجه به شکل، به سؤالات زیر پاسخ دهید. (الف) نام وجه از شکل که معادله آن به صورت زیر مشخص شده را بنویسید. $x = 2, 0 \leq y \leq 4, 0 \leq z \leq 3$ (ب) معادلات مربوط به پاره خط $AD$ (یال) را بنویسید (پ) مختصات نقطه $D$ را بنویسید. (ت) معادله صفحه ای را بنویسید که موازی با صفحه $XOZ$ باشد و مکعب مستطیل را نصف کند.	۱/۵
۱۳	سه بردار $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} + \vec{k}$ و $\vec{c} = (0, 2, 1)$ در نظر بگیرید (الف) زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر با $\theta$ باشد $\cos \theta$ را بیابید. (ب) تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر $\vec{b} - \vec{c}$ را بدست آورید.	۱/۷۵
۱۴	دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ مفروض اند به طوری که $ \vec{a}  = 6$ و $ \vec{b}  = 4$ و زاویه بین آنها $30^\circ$ درجه است مقدار عبارت $ \vec{a} \times \vec{b} $ را محاسبه کنید.	۱
۱۵	اگر $A = (2, -1, 3)$ و $B = (3, 1, 4)$ و $C = (-1, 1, 0)$ سه رأس مثلث $ABC$ باشند، مساحت مثلث $ABC$ را با استفاده از ضرب خارجی بردارها به دست آورید.	۱/۵
۱۶	برای دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ثابت کنید دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برهم عمودند اگر و فقط اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ .	۱
	موفق و سربلند باشید	جمع نمره
		۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۰۴			
دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره
۱	الف) دو (۰/۲۵) ص ۱۲ (ب) دایره (۰/۲۵) ص ۴۹ (پ) داخل (۰/۲۵) ص ۴۶ (ت) صفر (۰/۲۵) ص ۸۴						۱
۲	الف) درست (۰/۲۵) ص ۳۱ (ب) درست (۰/۲۵) ص ۳۵ (پ) نا درست (۰/۲۵) ، $\alpha = \beta = 65^\circ$ (۰/۲۵) ص ۵۰ (ت) نا درست (۰/۲۵) ، $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$ (۰/۲۵) ص ۷۹						۱/۵
۳	$A \times B = \begin{bmatrix} 4+3a & -8+2a \\ b-3 & -2b-2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2a-8=0 \\ b-3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=4 \text{ (۰/۲۵)} \\ b=3 \text{ (۰/۲۵)} \end{cases}$						۱
۴	$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 6 \end{bmatrix} \text{ (۰/۵)}$ $ B  = 39 \text{ (۰/۷۵)}$						۱/۲۵
۵	$X = A^{-1} \times B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{\underbrace{\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & -7 \end{bmatrix}}_{(۰/۵)}} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 4 \\ 15 \end{bmatrix}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow x=1, y=2$						۱/۲۵
۶	<p>مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله اند، عمود منصف پاره خط AB است. (۰/۲۵) و مکان هندسی نقاطی که از نقطه C به فاصله ۳ واحد باشد، دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۳ است. (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین نقطه برخورد خط عمود منصف (d) و دایره جواب مسئله است. (نقاط E و D)</p> <p>الف) اگر خط عمود منصف (d) و دایره یکدیگر را در دو نقطه قطع کنند مسئله دو جواب دارد (۰/۲۵).</p> <p>ب) اگر مماس شوند مسئله یک جواب دارد (۰/۲۵).</p> <p>پ) در صورتی که یکدیگر را قطع نکنند مسئله جواب ندارد (۰/۲۵).</p> <p>ص ۳۹</p> <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p> 						۱/۵
۷	$d = \frac{ 3(1) - 4(-1) + 3 }{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{10}{5} = 2 \text{ (۰/۵)}$ $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 4 \text{ (۰/۵)}$						۱
« ادامه در صفحه دوم »							

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۰۴		
دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۸	<p>(الف) <math>\frac{c}{a} = \frac{4}{5} \quad (0/25)</math></p> <p>(ب) <math>A(5,0), A'(-5,0) \quad (0/25) \quad F(4,0), F'(-4,0) \quad (0/25) \quad B(0,3), B'(0,-3) \quad (0/25)</math></p> <p>(پ) رسم بیضی <math>(0/25)</math></p> <p>اگر مختصات رئوس و کانونها را روی محور نشان دهد و رسم انجام شود نمره کامل لحاظ شود.</p>	۱/۵	ص ۴۹
۹	<p>(الف) معادله متعارف سهمی <math>(y-1)^2 = 8(x-1)</math> <math>(0/5)</math> و فاصله کانونی <math>a=2 \quad (0/25)</math></p> <p>(ب) راس سهمی <math>(1,1) \quad (0/25)</math> معادله خط هادی <math>x=-1 \quad (0/25)</math> و مختصات کانون آن <math>(3,1) \quad (0/25)</math></p>	۱/۵	ص ۵۵
۱۰	<p>روش اول:</p> <p>بنا به تعریف سهمی <math>MF = MT</math> مثلث <math>MFT</math> متساوی الساقین است. <math>M\hat{T}F = T\hat{F}M \quad (1) \quad (0/25)</math></p> <p>از طرفی بنا به خطوط موازی <math>FH \parallel MT</math> و مورب <math>FT</math> نتیجه می شود <math>M\hat{T}F = T\hat{F}H \quad (2) \quad (0/25)</math></p> <p>از (۱) و (۲) نتیجه می شود <math>TF</math> نیمساز است. بنا به قضیه نیمساز در مثلث <math>FHN</math> داریم:</p> $\frac{NF}{FH} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{FH=2FA} \frac{NF}{2FA} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{\times 2} \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH} \quad (0/25)$ <p>روش دوم:</p> <p><math>FH \parallel MT</math> با توجه به قضیه تالس در مثلث <math>NHF</math>:</p> $\frac{NM}{MF} = \frac{NT}{TH} \quad \frac{MT}{FH} = \frac{NM}{NF} \xrightarrow{MT=MF \quad (0/25)} \frac{NF}{FH} = \frac{NM}{MF} \quad (0/25)$ <p><math>\xrightarrow{\times 2} \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH} \quad (0/25)</math></p>	۱/۲۵	ص ۵۸
۱۱	رسم نمودار $(0/5)$ ص ۵۵	۰/۵	
	« ادامه در صفحه سوم »		

