

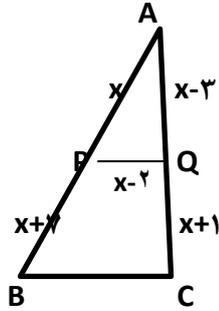
نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: دهم ریاضی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۴ صفحه

جمهوری اسلامی ایران  
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران  
 دبیرستان غیردولتی دخترانه متوسطه دوم سرای دانش واحد رسالت  
 آزمون پایان ترم نوبت دوم سال تمصیلی ۹۸-۱۳۹۷

نام درس: هندسه (۱)  
 نام دبیر: مرجان یغمایی  
 تاریخ امتحان: ۱۸ / ۰۳ / ۱۳۹۸  
 ساعت امتحان: ۰۵ : ۰۸ : صبح / عصر  
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
۱۲۵	۱	مثلت قائم الزاویه ای که طول وتر $BC=5$ و ضلع $AB=2$ را رسم کنید. (تمام مراحل رسم به طور کامل توضیح داده شود)	۲	با کمک برهان خلف ثابت کنید اگر در مثلث $ABC$ ، $AB \neq AC$ آنگاه $\hat{B} \neq \hat{C}$
۰.۷۵	۳	الف) <u>نقیض</u> گزاره «مستطیلی وجود دارد که مربع نیست» را بنویسید. ب) <u>مثال نقض</u> برای گزاره « حاصلضرب هر عدد گویا در هر عدد گنگ همواره گنگ است » بیاورید. ج) <u>عکس قضیه</u> « اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، قطرهایش عمود منصف یکدیگرند. » را بنویسید.	۴	طول اضلاع مثلثی ۴، ۶، ۸ است. نسبت مجموع دو ارتفاع کوچکتر به بزرگترین ارتفاع را بدست آورید.
۱	۵	در شکل زیر $MN = 2NQ$ و $N_1$ وسط $MN$ است و مساحت مثلث $PNQ$ برابر با ۸ است. مساحت مثلث $PN_1M$ را بدست آورید.		

در شکل مقابل  $PQ \parallel BC$  است. طول ضلع  $BC$  را بیابید.

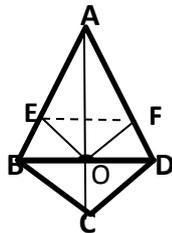


۱

۶

در چهارضلعی  $ABCD$  مطابق شکل  $\widehat{B} = \widehat{D} = 90^\circ$ . از نقطه  $O$  محل تلاقی قطرهای آن بر اضلاع  $AB$  و  $AC$

عمودهای  $OE$  و  $OF$  را رسم می‌کنیم. ثابت کنید:  $EF \parallel BD$ .



۱

۷

از سه رأس متوالی یک چند ضلعی محدب ۱۷ قطر عبور کرده است. مجموع زاویه‌های داخلی این چندضلعی را محاسبه نمایید.

۱.۲۵

۸

ثابت کنید در هر متوازی الاضلاع، قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند.

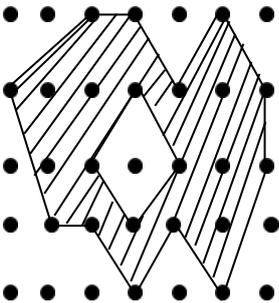
۱

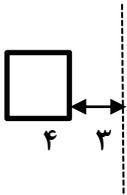
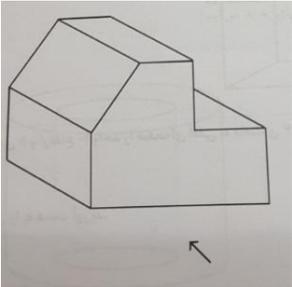
۹

ثابت کنید چهارضلعی حاصل از وصل کردن وسط‌های اضلاع یک دوزنقه متساوی الساقین لوزی است.

۱.۲۵

۱۰

۱.۲۵	<p>ثابت کنید در هر مثلث <u>متساوی الساقین</u> مجموع فاصله های هر نقطه روی قاعده تا ساق ها برابر است با طول ارتفاع وارد بر یکی از ساق ها.</p>	۱۱
۱	<p>ثابت کنید محل برخورد میانه های مثلث از هر یک از ضلع های مثلث <math>\frac{1}{3}</math> ارتفاع وارد بر آن است.</p>	۱۲
۱.۲۵	<p>با توجه به مساحت چندضلعی های شبکه ای ، مساحت قسمت سایه زده را محاسبه کنید.</p> 	۱۳
۱	<p>دو خط <math>d_1</math> و <math>d_2</math> در فضا با هم موازی اند.</p> <p>الف ) اگر صفحه P با یکی از دو خط موازی باشد ، نسبت به دیگری چه وضعیتی دارد ؟</p> <p>ب ) اگر صفحه P شامل یکی از دو خط باشد ، نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟</p>	۱۴
۱.۵	<p><u>درستی و نادرستی</u> هر یک از عبارات های زیر را مشخص کنید و در صورت نادرست بودن <u>مثال نقض</u> بیاورید.</p> <p>الف ) از دو خط متقاطع <u>تنها یک</u> صفحه می گذرد.</p> <p>ب ) از یک نقطه غیر واقع بر یک صفحه ، <u>تنها یک</u> خط می توان موازی با آن صفحه رسم کرد.</p> <p>ج ) دو صفحه عمود بر یک صفحه ، همواره با هم موازی اند.</p> <p>د ) اگر خطی بر یکی از خطوط صفحه های عمود باشد ، لزوما بر آن عمود نیست.</p>	۱۵
صفحه ی ۳ از ۴		

۱	<p>الف) سطح مقطع یک استوانه قائم با صفحه ای که از محور آن میگذرد را رسم کنید.</p> <p>ب) اگر مساحت سطح مقطع ۸ باشد، آنگاه مساحت جانبی استوانه را محاسبه نمایید.</p>	۱۶
۲	<p>به سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) از دوران یک دوزنقه قائم الزاویه حول ضلع عمود بر قاعده ها، چه شکلی حاصل می شود؟</p> <p>ب) از دوران مستطیل حل طول آن، چه شکلی بدست می آید؟</p> <p>پ) شکل حاصل از دوران مربعی به ضلع ۴ حول محور تعیین شده را رسم نمایید.</p>  <p>د) حجم شکل حاصل در قسمت «پ» را محاسبه نمایید.</p>	۱۷
۰.۵	<p>در شکل زیر نمای بالا و روبرو را رسم کنید.</p> 	۱۸
صفحه ی ۴ از ۴		

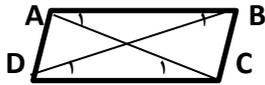


اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران  
دبیرستان غیر دولتی دخترانه متوسطه دوره دوم سرای دانش واحد رسالت  
**کلید** سؤالات پایان ترم نوبت دوم سال تمصیلی ۹۸-۹۷

نام درس: هندسه (۱)  
نام دبیر: مرجان یغمایی  
تاریخ امتحان: ۱۸ / ۰۳ / ۱۳۹۸  
ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح  
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

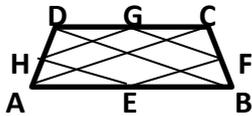
ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	ابتدا نقطه A را روی خط d در نظر می گیریم و خط d' را در این نقطه بر خط d عمود رسم می کنیم. سپس به مرکز A و شعاع ۲ کمانی رسم می کنیم تا خط d' را در نقطه B قطع کند و در نهایت به مرکز B و شعاع ۵ کمانی رسم می کنیم و خط d را در نقاط C و F قطع می کند.	
۲	فرض خلف: فرض می کنیم $\widehat{B} = \widehat{C}$ . لذا در مثلث ABC، نتیجه می شود که $AB=AC$ که تناقض است یعنی خلاف فرض است پس فرض خلف باطل و حکم ثابت می شود.	
۳	الف) هر مستطیل مربع است. ب) $0 \times \sqrt{2} = 0 \in \mathbb{Q}$ ج) اگر قطر های یک چهارضلعی عمود منصف یکدیگر باشند، آنگاه آن چهارضلعی لوزی است.	
۴	بزرگترین ارتفاع $h_a \rightarrow a = 4, b = 6, c = 8$ $\frac{hb + hc}{h_a} = \frac{hb}{h_a} + \frac{hc}{h_a} \xrightarrow{\text{عکس}} \frac{a}{b} + \frac{a}{c} = \frac{4}{6} + \frac{4}{8} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7}{6}$	
۵	اگر $NQ=x$ پس $MN=2x$ . مثلث های $PNQ$ و $PN_1M$ دو ارتفاع دارد از راس P مشترک اند. پس نسبت مساحت های آن ها برابر نسبت قاعده هایشان است. $\frac{S_{PN_1M}}{S_{PNQ}} = \frac{MN_1}{NQ} = \frac{x}{x} = 1$ چون $S_{PNQ} = 8$ پس $S_{PN_1M} = 8$	
۶	حال طبق تعمیم قضیه تالس: $PQ \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$ $\frac{x}{x+7} = \frac{x-3}{x+1} \rightarrow x(x+1) = (x-3)(x+7)$ $x^2 + x = x^2 + 4x - 21 \rightarrow 3x = 21 \rightarrow x = 7$ $\frac{AP}{AB} = \frac{PQ}{BC}$ $\frac{7}{21} = \frac{5}{BC} \rightarrow BC = 15$	
۷	چون BC و OE بر AB عمودند، پس $OE \parallel BC$ ، به طریق مشابه داریم $OF \parallel CD$ لذا داریم: $\Delta ACD : OF \parallel CD \rightarrow \frac{AF}{DF} = \frac{OA}{OC}$ $\Delta ABC : OE \parallel BC \rightarrow \frac{AE}{BE} = \frac{OA}{OC}$ $\frac{AF}{DF} = \frac{AE}{BE} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} EF \parallel BD$	
۸	از هر راس n ضلعی محدب n-۳ قطر می گذرد. پس به نظر می رسد که از سه راس متوالی آن $3(n-3)$ قطر می گذرد. ولی یکی از قطر ها دوبار حساب شده است و آن قطری است که دو راس غیر مجاور را به هم وصل می کند. بنابراین تعداد قطر های رسم شده از سه راس متوالی n ضلعی محدب برابر با $3(n-3)-1=17$ است. پس: $n=9$ بنابراین مجموع زاویه های داخلی این ۹ ضلعی محدب $1260 = (9-2) \times 180$ است.	

فرض می کنیم در متوازی الاضلاع ABCD قطر های AC و BD یکدیگر را در نقطه O قطع کرده باشند (مانند شکل). در این صورت طبق قضیه نتیجه می شود که AB=CD و از موازی بودن AB و CD و مورب بودن AC و BD نتیجه می شود که  $\widehat{A_1} = \widehat{C_1}$  و  $\widehat{B_1} = \widehat{D_1}$  به این ترتیب مثلث های AOB و COD هم نهشت اند (ز ز). بنابراین OB=OD و OA=OC یعنی قطر ها یکدیگر را نصف میکنند.



۹

فرض می کنیم نقاط E و F و G و H نقاط وسط اضلاع باشند.



$$\Delta ADC : \frac{DH}{AD} = \frac{DG}{DC} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} GH \parallel AC, GH = \frac{AC}{2}$$

$$\Delta ABC : \frac{BF}{BC} = \frac{BE}{AB} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} EF \parallel AC, EF = \frac{AC}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta ADC : \dots \\ \Delta ABC : \dots \end{array} \right\} \rightarrow EF \parallel GH, EF = GH$$

۱۰

پس چهارضلعی EFGH متوازی الاضلاع است و با استدلال مشابه می توان نشان داد که EH و GF هر دو با BD موازی اند و نصف BD اند. ( $GF = HE = \frac{BD}{2}$ ) اما در دوزنقه متساوی الساقین قطر ها برابرند. ( $AC=BD$ ) پس  $EF=GH=GF=HE$  پس EFGH لوزی است.

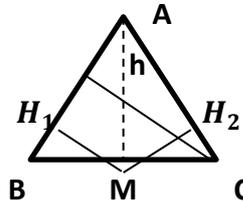
فرض می کنیم مثلث ABC متساوی الساقین باشد. ( $AB=AC$ ) و M نقطه ای روی قاعده BC باشد. فرض کنید  $H_1$  و  $H_2$  پای عمودهای وارد از M به ترتیب بر ساق های AB و AC باشند. توجه کنید که:

$$S_{ABC} = S_{ABM} + S_{ACM} = \frac{1}{2}MH_1 \times AB + \frac{1}{2}MH_2 \times AC = \frac{1}{2}AB(MH_1 + MH_2) \quad (1)$$

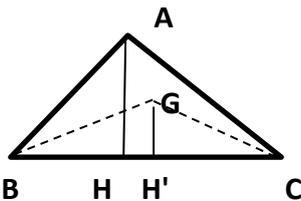
از طرف دیگر اگر طول ارتفاع وارد بر ساق AB برابر h باشد:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}h \times AB \quad (2)$$

$$(1,2) \rightarrow MH_1 + MH_2 = h$$



۱۱



$$GH' = \frac{1}{3}AH$$

فرض می کنیم G نقطه ی برخورد میانه های مثلث ABC باشد و  $GH'$  فاصله ی G از BC و AH ارتفاع وارد بر BC باشد. می دانیم مساحت مثلث BGC مساوی  $\frac{1}{3}$  مساحت مثلث ABC است. بنابراین:

$$S_{BGC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \Rightarrow \frac{1}{2}OH' \times BC = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}BC \times AH \rightarrow GH' = \frac{1}{3}AH$$

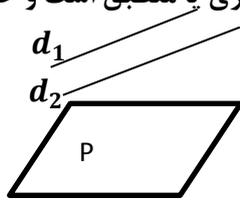
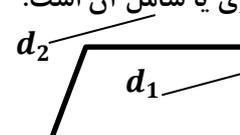
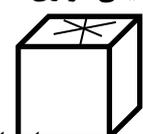
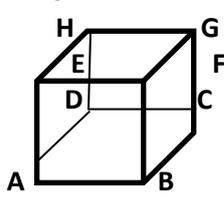
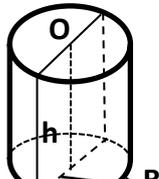
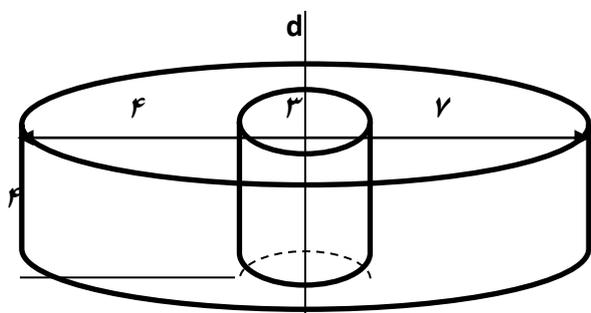
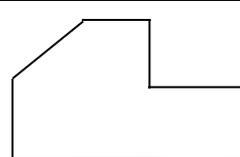
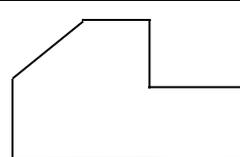
۱۲

طبق قضیه پیک داریم:  $S = \frac{b}{2} + i - 1$

مساحت چندضلعی کوچکتر - مساحت چندضلعی بزرگ تر = مساحت ناحیه رنگی

$$S = \left(\frac{12}{2} + 11 - 1\right) - \left(\frac{4}{2} + 1 - 1\right) = 16 - 2 = 14$$

۱۳

<p>الف) طبق فرض <math>d_1 \parallel d_2</math> اگر صفحه ی P موازی خط <math>d_1</math> باشد پس خط <math>d_2</math> با صفحه ی P موازی یا منطبق است و خط <math>d_2</math> نمی تواند P را قطع کند.</p>  <p>ب) فرض می کنیم صفحه ی P شامل خط <math>d_1</math> باشد. در این صورت صفحه ی P با خط <math>d_2</math> موازی یا شامل آن است.</p> 	۱۴
<p>الف) درست ب) نادرست. در مکعب روبرو می دانیم که صفحه های وجه های روبرو در مکعب موازی اند. اگر O نقطه ای در وجه بالایی مکعب باشد، هر خط گذرنده از O در صفحه ی وجه بالایی با صفحه وجه پائینی موازی است.</p>  <p>پ) نادرست. در مکعب دو صفحه ی AEFB و BCGF بر صفحه وجه ABCD عمودند، اما صفحه این دو وجه ها موازی نیستند.</p>  <p>د) درست</p>	۱۵
<p>مطابق شکل سطح مقطع صفحه ای که از محور استوانه می گذرد و آن را قطع می کند یک مستطیل است که ابعاد آن قطر استوانه (<math>2R</math>) و ارتفاع استوانه <math>h</math> است. طبق فرض مساحت این مقطع برابر ۸ است پس: <math>2R \times h = 8 \rightarrow S_{\text{جانبی استوانه}} = 2\pi R h = 8\pi</math></p> 	۱۶
<p>الف) مخروط ناقص ب) استوانه توپر پ) شکلی شبیه به لاستیک ماشین د) حجم شکل حاصل برابر یک استوانه تو خالی به شعاع ۷ است:</p> $V = \pi 7^2 \times 4 - \pi 3^2 \times 4 = 196\pi - 36\pi = 160\pi$ <p><math>V</math> استوانه بزرگ = <math>V</math> هاشور</p> 	۱۷
	<p>نمای بالا: </p> <p>نمای رو به رو: </p>
امضاء:	نام و نام خانوادگی مصحح: مرجان یغمایی

